

2

xyz 空間上の原点 O を中心とする半径 1 の半球面 H

$$H : \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ z \geq 0 \end{cases}$$

と H 上の動点 P を考える。

$$R_1 = (1, 0, 0) \quad R_2 = (-1, 0, 0) \quad R_3 = (0, 1, 0) \quad R_4 = (0, -1, 0)$$

とするとき以下の問いに答えよ。

ただし、 $\overline{PR_1}$ は線分 PR_1 の長さを表すものとする。

(1)

$$L = \overline{PR_1}^2 + \overline{PR_2}^2 + \overline{PR_3}^2 + \overline{PR_4}^2$$

が一定であることを示せ。

(2)

$$m = \overline{PR_1} + \overline{PR_2} + \overline{PR_3} + \overline{PR_4}$$

の最大値を求めよ。この際最大値を与える P の位置も求めなさい。

(3)

$$n = \overline{PR_1} + 2\overline{PR_2} + \overline{PR_3} + 2\overline{PR_4}$$

の最大値を求めよ。この際最大値を与える P の位置も求めなさい。